ISSN: 2175-5493

IX COLÓQUIO DO MUSEU PEDAGÓGICO
5 a 7 de outubro de 2011

UM OLHAR DA DIDÁTICA FRANCESA: AS INTERRELAÇÕES ENTRE OS DOMÍNIOS NUMÉRICO, ALGÉBRICO E GEOMÉTRICO

Luiz Marcio Santos Farias*
(UEFS)

Maria Auxiliadora Lisboa Moreno Pires**
(UEFS)

RESUMO

Esta comunicação trata do problema da utilização, pelos professores de Matemática e estudantes, das interrelações existentes entre os domínios numérico-algébrico e geométrico. Estudamos este problema a partir de abordagens teóricas: Registros de representações semióticas, Mudanças de quadros e Antropologia do didático, noções introduzidas na Didática da Matemática por Duval (1993), Douady (1986) e por Chevallard (1999), respectivamente. Tais abordagens nos permitiram analisar as organizações matemáticas e didáticas do estudo dos diferentes objetos matemáticos considerando os diferentes registros e quadros, bem com, a dimensão institucional de cada objeto matemático. Apresentaremos nesta comunicação uma parte dos resultados de uma pesquisa maior, Farias (2010), os quais revelam que embora presentes na prática dos professores, existe um vazio didático para essas interrelações.

PALAVRAS-CHAVE: Teoria Antropológica do Didático, Registros de representações, Jogo de quadros, Interrelação entre Domínios Matemáticos.

*Universidade Católica do Salvador, Universidade Estadual de Feira de Santana. E-mail: lmsfarias@ig.com.br
**Universidade Católica do Salvador, Universidade Estadual de Feira de Santana. E-mail: auxpires@terra.com.br

INTRODUÇÃO

Os trabalhos desenvolvidos pelos professores e alunos no ensino secundário de Matemática, inscrevem-se em diferentes domínios. Investigações em Didática da Matemática já sinalizaram a possibilidade e a importância, para o processo de ensino-aprendizagem, das "idas e vindas" feitas entre os diferentes domínios matemáticos (DOUADY, 1986).

Este artigo focaliza o estudo das interrelações entre os diferentes domínios matemáticos no ensino secundário (Ensino Fundamental II e no Ensino Médio no Brasil) mais precisamente as interrelações entre os domínios numérico-algébrico e geométrico - **NAG** no Ensino Secundário de Matemática - **EMS**.

O estudo das interrelações entre os grandes domínios da Matemática é um tema pouco desenvolvido na Didática da Matemática, tanto do ponto de vista da Transposição Didática, como do ponto de vista das práticas dos professores e da resolução de tarefas em sala de aula pelos estudantes, é por isso que decidimos por investigar tal temática.

As referências teóricas constituem ferramentas necessárias no desenvolvimento de pesquisas, em particular, em Didática da Matemática, com o objetivo de fundamentar, compreender e interpretar os fenômenos do ensino e aprendizagem, Henriques et al (2007).

Centramos uma atenção particular nas referências teóricas da Didática Francesa que nos permitiu investigar "como os professores e estudantes de uma classe utilizam o **NAG?**".

Este estudo é um recorte de um trabalho de pesquisa[490] que visa estudar as interações possíveis entre os domínios matemáticos no nível das práticas de

[490] O estudo apresentado faz parte do trabalho de tese de Luiz Marcio Santos Farias desenvolvido no Laboratório LIRDEF da Universidade de Montpellier 2.

ensino e da resolução de problemas. Para isso, recorreremos às abordagens teóricas utilizadas em nossa pesquisa, como um instrumento importante para interpretar a instauração e utilização do **NAG**.

A Teoria Antropológica da Didática (CHEVALLARD, 1992; 1999) tem sido utilizada no contexto da nossa pesquisa através da análise de uma tarefa (exercícios), oriundo do trabalho de pesquisa citado anteriormente, a partir do qual surge a seguinte questão: Como os professores e estudantes instalam e utilizam o **NAG?**

Esta questão geral conduziu-nos a centrar o nosso olhar sobre questões mais precisas: (**a**) Quais são as características matemáticas e didáticas da situação de ensino que utilizam o **NAG**?(**b**) O que fazem os estudantes para resolver uma tarefa que utiliza o **NAG**? (**c**) O que faz o professor para ensinar e dirigir o estudo de tal tarefa numa classe?

Estes questionamentos sugerem evidenciarmos as características, os métodos e os fenômenos relacionados aos mesmos. Por este motivo escolhemos analisar um exercício, que apresentaremos no decorrer desta comunicação, pois a partir do mesmo, é possível evidenciar as características e alguns fenômenos relacionados ao **NAG**.

Quadro Teórico e Metodologia

Neste artigo utilizamos material[491] específico, constituído a partir da transcrição de uma aula de Matemática que observamos em uma classe equivalente a Primeira série do Ensino Médio. A partir do material coletado nestas

[491] Esse material foi coletado durante nosso trabalho de tese, com objetivo de estudar a maneira como os professores e estudantes instalam e utilizam as possíveis interrelações existentes entre os grandes domínios da Matemática.

duas classes, estudamos as características das Organizações matemáticas e didáticas relacionadas ao **NAG** nestas duas situações.

A Teoria Antropológica do Didáctico-TAD desenvolvida por Chevallard (1992; 1999), articulada com as investigações sobre as mudanças de quadros de Douady (1986); as representações dos registros Duval (1993); e o ensino e aprendizagem do domínio numérico de Bronner (1997), constituem o quadro teórico, sobre o qual repousamos a metodologia. Entretanto, nos limitaremos à apresentação, em linhas gerais a Teoria da Transposição Didática-TTD para podermos compreender melhor os elementos da TAD que serão apresentados neste artigo.

Do ponto de vista metodológico, foram realizados ao longo de um ano escolar, observações em diversas classes do ensino secundário, no contexto deste artigo, apresentamos elementos de duas observações: uma em uma classe equivalente ao 1º ano do Ensino Médio, composta por 32 estudantes; outra em uma classe equivalente ao 9º ano do Ensino Fundamental II, composta por 24 estudantes. As aulas foram observadas, gravadas em áudio, e posteriormente transcritas. Além do fato que todas as atividades realizadas pelos estudantes, durante essas duas aulas, foram fotocopiadas (xérox). Todo este material passou por uma análise e preparação detalhada, para em fim constituir o nosso protocolo de pesquisa. Esse protocolo é que nos possibilitou a reconstituição da organização matemática e da organização didática presentes nas aulas.

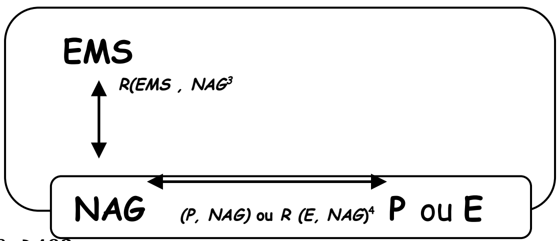
A TAD e seus elementos

A Teoria Antropológica do Didático, desenvolvida por Chevallard (1992), inscreve-se no prolongamento da teoria da Transposição Didática. Ela considera os objetos matemáticos, não como existentes em si, mas como entidades que emergem de sistemas de práticas que existem em dadas instituições. Chevallard (1992) propõe a elaboração de uma antropologia didática, cujo objeto de estudo seria a didática, com o objetivo de estudar, por exemplo, o professor e o estudante, diante de uma tarefa matemática. O princípio dessa abordagem é que "tudo é objeto". O autor distingue, no entanto os tipos de objetos específicos:

- ✓ Instituições (**I**),
- ✓ Pessoas (**X**) e as posições que ocupam as pessoas nas instituições. Ocupando essas posições, essas pessoas tornam-se sujeitos das instituições, sujeitos ativos que contribuem na existência das instituições;
- ✓ O conhecimento - o saber (**O**), como certa forma de organização.

Entra então em cena a noção de relação pessoal e institucional (figura 1) que vão participar do processo transpositivo dos objetos, em particular dos objetos matemáticos.

Nesta abordagem, (como mostra a figura 1) um objeto **O** do saber (como por exemplo, o **NAG**) existe na medida em que uma pessoa **X** (que pode ser o Professor = **P** ou o Estudante = **E**) ou uma instituição **I** (como por exemplo, a instituição EMS) o reconhece como existente. Assim as relações entre os termos primitivos podem ser esquematizados como na figura a seguir:



[492])[493]

Figura 1: Modelo das relações entre EMS, NAG e P ou E.

[492] Relação pessoal de ***EMS*** ao ***NAG*** ⇔ ***EMS*** reconhece o ***NAG***.
[493] Relação pessoal de ***P*** ou ***E*** au ***NAG*** ⇔ ***P*** ou reconhece o ***NAG***.

Em outras palavras, a relação pessoal que existe entre o **NAG** e o Professor desta classe 9 que será denominado por P2 neste artigo), entre o **NAG** e os estudantes, é quem define a maneira pela qual P2 e os estudantes reconhecerão o **NAG**. Da mesma forma que se encontra definido uma relação institucional entre a instituição **EMS** e o **NAG** denotada por: R (**EMS**, **NAG**). Esta relação traduz o reconhecimento e a utilização do **NAG** nesta instituição.

Chevallard (1992) explica que um objeto **O** existe para uma pessoa **X** se existe uma relação pessoal, denotada R (**X,O**), da pessoa **X** ao objeto **O**. Isto é, a relação pessoal à **O** determina a maneira em que **X** conhece **O**. De maneira análoga, se define uma relação institucional de **I** à **O** denotada R(**I,O**) que exprime o reconhecimento do objeto **O** pela instituição **I**. **O** é assim, um objeto da instituição **I**. Essas relações podem também representar-se no quadro 2 a seguir:

Quadro 2

Resumo da relação pessoal e institucional.

R(X, O)	Relação pessoal de **X** à **O** ⇔ **X** conhece **O**
R(I, O)	Relação pessoal de **I** à **O** ⇔ **I** conhece **O**

Segundo Chevallard, (1989, p.73)

> Todo saber esta ligado ao menos a uma instituição, na qual este saber é utilizado, num dado campo real. O ponto essencial é, portanto, que um saber não existe "in vacuo", num vazio social. Todo conhecimento aparece, num dado

> momento, numa dada sociedade, ancorado em uma ou mais instituições.

A relação de uma pessoa a um objeto do saber, só pode ser estabelecida quando a pessoa entra na instituição onde existe esse objeto. Uma relação institucional no **EMS** está, por sua vez, diretamente relacionada às atividades institucionais que são solicitadas aos estudantes. Ela é, de certa maneira, caraterizada por diferentes tipos de tarefas que os estudantes devem efetuar e pelas razões que justifiquem tais tipos de tarefas. Sendo assim, a relação institucional a um objeto (**R**(**I**, **O**)) é descrita por um conjunto de práticas sociais que funcionam em uma instituição, envolvendo esse objeto do saber. A partir deste contexto, nos questionamos sobre a utilização do **NAG** nas práticas dos professores e estudantes do **EMS**, mais particularmente, nos questionamos sobre a função dessas inter-relações no processo ensino/aprendizagem dos objetos matemáticos no **EMS**, e sobre o reconhecimento do **NAG** por parte dos membros do **EMS**. A abordagem praxeológica, apresentada a seguir, fornece respostas para esses questionamentos.

Um estudo praxiológico matemático (CHEVALLARD, 1992) pode permitir modelizar à resposta de (a), pergunta feita anteriormente, enquanto que um estudo praxiológico didático (CHEVALLARD, 1993) pode permitir modelizar às respostas de (b) e (c).

Chevallard (1992) considera que qualquer ação humana pode ser analisada num sistema que ele nomeou praxeologia ou organização praxeológica descritas em termos das quatros noções a seguir:

(Tipo de) tarefa ou Exercício→ T: É adotado o símbolo T para representar um tipo de exercício identificado numa praxeologia, contendo ao menos uma tarefa ou exercício t. Essa noção supõe um objeto relativamente preciso. Por exemplo, calcular o produto de dois números naturais, é um tipo de exercício, mas calcular, simplesmente, é um gênero de exercício.

(Tipo de) Técnicas → τ…: Uma técnica, denotada por t, é uma maneira de fazer ou realizar um tipo de exercícios T. Com efeito, uma praxeologia relativa a T, necessita de maneiras de realizar os exercícios t ÎT, isto é, de uma técnica, do grego "tekhnê", que significa saber-fazer. Assim, para um dado tipo de exercícios T, existe, em geral, ao menos uma técnica, ou ao menos um conjunto de técnicas reconhecidas institucionalmente e que permitem também realizar t ÎT.

Tecnologia→ θ·: A tecnologia, denotada por θ, é um discurso racional (o logos) tendo por objetivo justificar a técnica t, garantindo que esta permita realizar os exercícios do tipo T. Uma segunda função da tecnologia é a de explicar, tornar compreensível a técnica. Se a sua primeira função – justificar a técnica – consiste em assegurar que a técnica alcance o objetivo, a segunda função – explicar - consiste em expor o porquê fazer de tal maneira.

Teoria→ Θ: A teoria, representada por Q, tem a função de justificar e tornar compreensível uma tecnologia θ.

Essas quatro noções: tipo de exercício (T), técnica (t), tecnologia (θ) e teoria (Q), compõem uma organização praxeológica completa [T/t/q/Q], decomponível em dois blocos [T/t] e [q/Q], constituindo respectivamente, o saber-fazer [praxi] e o ambiente tecnológico-teórico [logos]. Dessa forma, podemos afirmar que produzir, ensinar e aprender matemática são ações humanas que podem descrever-se conforme o modelo praxeológico. Nesse sentido, a organização praxeológica relativa às atividades matemáticas é uma organização matemática.

Segundo Matheron, (2000, p.52)

> Essa organização permite estudar uma mesma noção matemática designada por um mesmo nome, mas com organizações matemáticas de naturezas diferentes se desenvolvidas no seio de

> instituições diferentes. Esse ponto de vista ressalta o aspecto ecológico relativo a um objeto O, quer dizer, o aspecto do questionamento da existência real ou da inexistência desse objeto na instituição onde vive uma dada organização matemática. Essa dimensão ecológica nos permite questionar como é ensinado um objeto identificado num livro didático, que tipo de técnica será utilizada na resolução de determinado exercício e qual é a organização matemática, e por conseqüência, que tipo de programa considerar.

Analisar a vida de um objeto matemático, como por exemplo, o **NAG**, numa instituição, compreender sua significação para essa instituição, é identificar a organização matemática que coloca esse objeto em jogo. Nesta perspectiva, que procuramos estudar a organização matemática que é um dos objetos reveladores de praxeologias completas nas instituições de ensino.

Chevallard (1999) considera que o sistema das tarefas dos professores revela duas grandes componentes solidárias: **organizações matemáticas-OM** das tarefas de concepção e de organização de dispositivos de estudo, bem como gestão dos seus ambientes, ou seja uma organização praxéologica de natureza matemática, constituida em torno de um ou vários tipos de tarefas matemáticas, mais ou menos bem identificadas, que evocam a criação de técnicas matemáticas mais ou menos adaptadas assim que justificadas por tecnologias matemáticas mais ou menos sólidas e explícita; **organizações didáticas- OD** das tarefas de direção de estudo e de ensino, ou seja a OD refere-se à reconstrução ou a transposição da organização matemática na classe, cujo cumprimento solicita aplicação de técnicas didáticas determinadas.

Análises de uma tarefa no contexto da prática de um professor

Visto a amplitude dos estudos realizados ao longo desta pesquisa, no que diz respeito aos resultados apresentados neste artigo, ressaltamos que foram considerados apenas os dados coletados e observados a partir de uma aula.

Nesta aula o professor de Matemática -P2-, faz o seu curso sobre os objetos: "a distância entre dois números" e "o valor absoluto de um número". Em contrapartida, ao analisar o nosso protocolo (FARIAS, 2010), constatamos que durante esta aula, nem os objetos da aula, o estudo "da distância entre dois números e o valor absoluto de um número", nem as intenções de P2 de introduzir estes dois objetos, são revelados aos estudantes no início da aula, eles vão aparecer progressivamente ao longo da mesma.

De maneira geral, a organização matemática (OM) construída na classe apresenta três tipos de tarefas, em torno das quais a aula é desenvolvida. O curso sobre "a distância entre dois números e o valor absoluto de um número" começa quando P2 propõe aos estudantes um tipo de tarefa que notaremos por $\mathbf{T_{carré}}$. Este tipo de tarefa guia o jogo didático do início ao fim da aula. Nesta aula aparecem também dois outros tipos de tarefas que são notados T_d e T_v, sobre as quais trabalharão P2 e os seus estudantes:

Quadro 3

A organização Matemática.

i. **Tipo de tarefa** T	ii. **Técnica** t
$\mathbf{T}_{\mathbf{carr\acute{e}}}$ - Calcular $a^2 - b^2$ sendo dado « a » e « b »	$\mathbf{t}_{\mathbf{carr\acute{e}1.}}$- Com a ajuda da calculadora, calcula-se de uma só vez $a^2 - b^2$.
	$\mathbf{t}_{\mathbf{carr\acute{e}.2}}$ - Sem utilisar a calculadora transforma-se $a^2 - b^2$ em um produto notável (a+b) (a-b). Procura-se $\boldsymbol{\alpha}$ tal que : $\begin{cases} a = \boldsymbol{\alpha} + m \\ b = \boldsymbol{\alpha} - m \end{cases}$ A reta graduada (numérica) é utilizada para mostrar que $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{(a+b)/2}$ e m=a-$\boldsymbol{\alpha}$ =$\boldsymbol{\alpha}$–b. O número $a^2 - b^2$ é escrito como $(\boldsymbol{\alpha}+m)^2-(\boldsymbol{\alpha}-m)^2=$ $=2\boldsymbol{\alpha}2\mathbf{m}=4\boldsymbol{\alpha}\mathbf{m}=100\boldsymbol{\alpha}$ como valor exato procurado.
$\mathbf{T_d}$ - Calcular d(a ;b).	$\mathbf{t_d}$ – Escrever d(a ;b)=$\lvert a-b \rvert$. Calcula-se o valor absoluto da subtração de 25 por 12 ou de 12 por 25, isto é $\lvert 25-12 \rvert = \lvert 12-25 \rvert$
$\mathbf{T_v}$ - Calcular V(a) com « a » numérico.	$\mathbf{t_{v1}}$ – Escrever V(a) = d(a ;b)= d(a ;0).

O Quadro 3 acima apresenta os tipos de tarefas e as técnicas que acompanham cada uma destas tarefas de maneira simplificada. No quadro não especificamos os elementos tecnológicos ou teóricos das praxeologias que aparecem na aula. Porém, os elementos que pertencem ao bloco tecnológico-teórico [q, ;Q] que permitem justificar as técnicas anteriores serão anunciados, de forma resumida, no decorrer deste artigo. A organização matemática da aula pode ser descrita através das tarefas $\mathbf{T_{carré}}$,$\mathbf{T_d}$ **e** $\mathbf{T_V}$ e de um certo número de sub-tarefas que denominaremos de espécimes. A partir desta análise podemos apresentar a organização didática que se constitui na aula.

No que diz respeito à organização didática da aula, a aula deste professor começa por uma fase individual de elaboração - a introdução de uma nova noção, seguida de uma fase de institucionalização de conhecimentos e termina-se por uma fase de exercícios, resumimos esta aula através do que denominamos de “Trama” representada pelo quadro 4 a seguir:

Quadro 4

A trama da aula.

Linhas	**Duração**	**Modalidade de trabalho**		**iv. Tipo de atividade**
De 2 à 22	03 min	Individual	**I**	AER[494]
De 23 à 35	10 min	Coletivo	**II**	AER
De 36 à 66	10 min	Coletivo	**III**	AER
De 67 à 76	05 min	Coletivo	**IV**	AER
De 77 à 120	02 min	Coletivo	**V**	**Institucionalização**
De 121 à 322	12 min	Coletivo	**VI**	**Institucionalização**
De 323 à 345	04 min	Coletivo	**VII**	AER
De 346 à 352	02 min	Individual	**VIII**	AER
De 353 à 357	01 min	Coletivo	**IX**	**Balanço do trabalho**

[494] Atividade de Estudo e Pesquisa (Activité d'Etude et Recherche).

De 358 à 365	03 min	Individual	**X**	AER

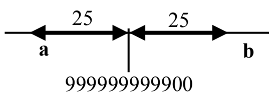
Verificamos que, para atingir o seu objetivo, P2 instaura uma organização didática complexa. P2 trabalha com os seus alunos na realização de várias tarefas (e com as respectivas espécimes) que vão surgindo a partir da tarefa inicial proposta por P2 no início da aula. Por este motivo, a organização didática da aula se instaura através das perguntas-respostas que acompanham toda aula. Existem momentos nas perguntas-respostas que P2 responde às perguntas que ele mesmo faz a classe, esses momentos foram classificados ao longo desta pesquisa como Diálogos no espelho, este conceito aparece mais detalhado no nosso trabalho de tese.

Apresentaremos a OD desta aula apenas a partir de $\mathbf{t_{carré2}}$, pois, é a partir de $\mathbf{t_{carré2}}$ que P2 começa um trabalho de investigação de uma nova técnica para resolver a tarefa sobre a diferença entre dois quadrados através de um raciocínio que permite precisar o valor da diferença entre os dois quadrados em questão, o que mostramos resumidamente através do quadro 5.

Quadro 5

Resumo das mudanças de registros promovidos por P2

A =999 999 999 925² – 999 999 999 875². Dominio numérico				
Registro numérico	Registro Algébrico	Registro geométrico	Registro algébrico	Registro numérico

$A=999\ 999\ 999\ 925^2 - 999\ 999\ 999\ 875^2$.	$A=a^2 - b^2$ $\begin{cases} a = \boldsymbol{\alpha} + m \\ b = \boldsymbol{\alpha} - m \end{cases}$		$A=(\alpha+25)^2-(\alpha-25)^2$ $A=100\ \alpha$ $\boldsymbol{\alpha}=(a+b)/2$	**A**$=999\ 999\ 999\ 925^2 - 999\ 999\ 999\ 875^2$. **A**$=100(999\ 999\ 999\ 925 + 999\ 999\ 999\ 875)/2$ **A**$=999\ 999\ 999\ 900\ 00$.
As inter-relações entre os dominios numérico, algébrico e geométrico são utilizadas nas mudanças de quadros e de registros.				

Para isso P2 recorre ao **NAG**, através da introdução da reta graduada, para mostrar que os números $999.999.999.925^2$ e $999.999.999.875^2$ escritos respectivamente sobre a forma $(999\ 999.999.900+25)^2 = a^2$ e $(999\ 999.999.900-25)^2 = b^2$ podem ser inscritos na reta graduada, situados à mesma distância do número α =999 999.999.900. P2 utiliza a reta graduada para mostrar que a distância entre os números α e a entre os números b e α é a mesma, e é partir desta distância que P2 escreve os números a e b em função de α. Mas, em nenhum momento da realização desta tarefa o professor menciona ter introduzido dois outros domínios no tratamento da tarefa. O Filtro do Numérico, desenvolvido por Bronner (2007), nos permitiu analisar a tarefa proposta por P2, apresentamos, através do quadro 6, um resumo da nossa análise:

Quadro 6

Resumo da análise praxeológica aliado aos elementos do filtro do numérico

<table>
<tr><td rowspan="9">$t_{carré2}$ – Calcular 999999 999 925² - 999 999 999 875²</td><td colspan="5">a. Objetos do filtro do numérico</td></tr>
<tr><td>Tipo de número</td><td>Tipo de comparador</td><td>Tipe de operador</td><td>Tipo de cálculo</td><td>Do on ta pr</td></tr>
<tr><td>R</td><td>Diferente ;
Igual ;
Maior que ;
Menor que.</td><td>Subtração ;
Distância
Valor absoluto</td><td>Misto</td><td>Nu</td></tr>
<tr><td colspan="5">b. Praxéologia</td></tr>
<tr><td colspan="2">v. Técnica
vi. t</td><td colspan="3">vii. Técnologico-teórico
[q, Q]</td></tr>
<tr><td colspan="2">viii. $t_{carré2}$</td><td colspan="3">$[q, Q]_{carré2}$</td></tr>
<tr><td colspan="5">a. Elementos para análise dos fenômenos didáticos</td></tr>
<tr><td>Quadros</td><td>Registro</td><td>Procedimento /Regra</td><td colspan="2">Aplicação</td></tr>
<tr><td>Numérico, algébrico, geométrico</td><td>Verbal, litteral, numérico, geométrico</td><td>Decomposição dos números a^2 e b^2 em função de « α » e « m », em seguida multiplicar « α » por 100.</td><td colspan="2">Calcular 123 123 456 675²</td></tr>
</table>

Sobre as situações construídas por P2 através de perguntas-respostas, nos parece importante apontar que nesta aula o professor adotou como critério a aquisição de dois saberes matemáticos ao mesmo tempo "distância entre dois números e o valor absoluto" este fato é verificado através das perguntas-respostas que conduzem todas as fases da aula. Vergnaud (1981) sublinha que não é razoável estudar separadamente a aquisição de conceitos (e procedimentos), pois, nas situações encontradas pelo aluno, os saberes são dificilmente dissociáveis.

Observamos que na aula os estudantes são frequentemente conduzidos a fazer analogias, comparações, ou tratar problemas em domínios diferentes do qual o problema foi proposto no intuito de avançar no raciocínio, explicar ou até mesmo dar sentido aos conceitos trabalhados. A utilização da mudança de registros através do cálculo literal para reduzir o trabalho do cálculo numérico foi percebida na aula. Verificamos a utilização de representações gráficas através da reta graduada para trabalhar os conceitos de distância entre dois números e valor absoluto de um número. Estes são alguns exemplos de utilização do **NAG** encontrados nesta aula. Porém, através das análises efetuadas até aqui constatamos que dar sentido a conceitos utilizando exemplos, comparações, analogias, não é simples nem para ser utilizado por P2, nem para a compreensão dos alunos. Pois, como sublinha Duval (1993), os objetos matemáticos como retas, números, representações algébricas, etc. não são objetos reais ou físicos. Dessa maneira para manipulá-los os estudantes devem passar pelas suas representações, mentais e semióticas. P2 utiliza o **NAG** para promover mudanças de registros e de quadros, mas nem em todas as tarefas ele consegue manter tal encadeamento, o que ocasiona dificuldade em um determinado momento da aula, o que pode ser verificado através da análise de todo o protocolo desta aula, (FARIAS 2010).

Observamos ainda, o **NAG** desempenhando um papel importante na mudança de registro. De acordo com Duval (1993), compreender um objeto matemático é a capacidade de reconhecê-lo em registros diferentes. A conversão de uma representação semiótica à outra pode ser assim a ocasião de se aprender. A dificuldade vem da coordenação dos registros cujas condições determinam o sucesso na conversão entre os registros semióticos diferentes. O **NAG** nesta aula é visto como um objeto coordenador que vai dar sentido a estas trocas.

Constatamos uma utilização do NAG por parte de P2 de maneira implícita. Nesta aula pode-se observar que a integração do NAG no processo de ensino-aprendizagem é contínua e fortemente ligada às normas previstas para a institucionalização dos objetos estudados e previstos pelas instruções oficiais.

CONCLUSÕES

A partir da tarefa apresentada observamos algumas características relacionadas ao **NAG** :

- ✓ Utilização implicita do **NAG** pelo professor;
- ✓ Os estudantes não utilizam de maneira eficaz o **NAG**;

A análise da tarefa relativa à utilização do **NAG** na prática de um professor mostra como o **NAG** é utilizado por este professor para fazer avançar a sua aula. Porém, nós nos questionamos sobre a aprendizagem dos estudantes: "o que podemos garantir sobre o sentido que os estudantes dão a utilização do **NAG** por parte do professor, uma vez que não vemos os estudantes participarem muito da aula? E, segundo Brousseau (1986), uma boa devolução permite limitar as interpretações dos estudantes em relação às expectativas do professor. Através da análise desta tarefa, podemos constatar que, nesta aula, a construção e a aplicação de tal processo não foi considerada pelo professor.

Os obstáculos aparecem, sobretudo, quando é necessário utilizar o **NAG**. Os caminhos percorridos até a fase atual da nossa pesquisa têm nos revelado que o **NAG** é um objeto fortemente presente no processo ensino-aprendizagem de

Matemática no secundário, o que nos impulsiona na continuidade dos nossos trabalhos.

REFERÊNCIAS

BRONNER, A. Étude didactique des nombres réels, idécimalité et racine carrée, **Thèse de Doctorat,** Université Joseph Fourier de Grenoble, 1997.

BRONNER, A; FARIAS, L.M.S. Comment la profession prend-elle en compte les interrelations entre les domaines numérique-algébrique et géométrique ? In : II congres International sur la Theorie Anthropologique du didactique **''Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs)comme outils de connaissance et d'action''** Uzés, 2007.

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. **RDM.** éditions La Pensée Sauvage, 1986. Vol.7/2

CHEVALLARD,Y. Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel. Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique, Université Joseph Fourier, Grenoble 1, 26 juin, **Document interne** n° 108. 1989.

______. Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. **Recherches en Didactique des Mathématiques** 12/1, La Pensée Sauvage, 1992.

______. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques** 19/2, La Pensée Sauvage, 1993.

______. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique. **Cours donné à l'université d'été Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques**, La Rochelle, 4-11 juillet 1998 - paru dans les actes de cette université d'été, IREM de Clermont-Ferrand, 1999. p. 91-120

DOUADY R. Jeux de cadres et dialectique outil-objet. **Recherches en Didactique des Mathématiques**,1986. Vol. 7, n° 2, p. 5-31.

______. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales de didactique et de sciences cognitives.** IREM de Strasbourg, 1993. n°5, p.37-65.

FARIAS, L.M.S. **Étude des interrelations entre les domaines numérique, algébrique et géométrique dans l'enseignement des mathématiques au**

secondaire: Une analyse des pratiques enseignantes en classes de troisième et de seconde. Thèse de Doctorat, Université de Montpellier 2, France 2010.

HENRIQUES, A.; ATTIE, J. P.; FARIAS, L. M. S. Referências teóricas da didática francesa: Análise didática visando o estudo de integrais múltiplas com auxílio do software Maple. **Educação Matemática Pesquisa,** 2007. v. 9, p. 51-81.

MATHERON Y. **Analyser les praxéologies quelques exemples d'organisations mathématiques.** Petit x, 2000. n° 54, p. 51 à 78.

VERGNAUD, G. **L'enfant la mathématique et la réalité**. Berne: Peter Lang.1981.

______. La théorie des champs conceptuels. **RDM**, 1990**.** vol. 10 n°2.3 ; p. 133-170.

______. Au fond de l'action, la conceptualisation. In BARBIER, J-M (Ed). **Savoirs théoriques et savoirs d'action**. Paris: Presses Universitaires de France, 1996.